К ВОПРОСУ О ДЕЛЕНИИ ЧАСА У КИРИКА НОВГОРОДЦА

А. Е. Раик

В своем «Учении имже ведати человеку числа всех лет» (см. Историко-математические исследования, вып. VI, 1953), написанном в 1136 г., Кирик Новгородец определяет величину солнечного года, исходя из метонова цикла, согласно которому 235 лунных месяцев равны 19 солнечным годам. Ясно, что солнечный год не выражается целым числом лунных месяцев. Более того, он не выражается и целым числом часов. Однако Кирик не делил час, как обычно, на минуты, а минуту — на секунды и т. д., а делил час на 5 и целые степени пяти.

Если принять величину лунного месяца в 29, 532 суток, то метонов цикл содержит 6940 суток, и солнечный год равен 365 целым суткам и некоторой части, так как при делении 6940 на 19 в остатке получается 5, а именно $6940 = 365 \times 19 + 5$.

Этот остаток Кирик обращает в часы и продолжает деление:

$$24 \text{ ч.} \times 5 = 120 \text{ ч.} = 6 \text{ ч.} \times 19 + 6 \text{ ч.}$$

Опять получился остаток в 6 часов. Кирик на этом не останавливается. И продолжает деление. Но часы он не обращает в минуты, а делит час на пять частей, т. е. получает по его терминологии «первые дробные» часа. Затем он остаток «первых дробных» часа делит опять на пять частей и получает «вторые дробные» часа и т. д. до «седьмых дробных» часа. Процесс последовательного деления часов и дробных часа на 19 выражается следующими равенствами:

$6 \times 5 = 30 = 1 \times 19 + 11$ . . . («первые дробные» часа)
$11 \times 5 = 55 = 2 \times 19 + 17$ . . . («вторые дробные» часа)
$17 \times 5 = 85 = 4 \times 19 + 9$ . . . («третьи дробные» часа)
$9 \times 5 = 45 = 2 \times 19 + 7$ . . . («четвертые дробные» часа)
$7 \times 5 = 35 = 1 \times 19 + 16$ . . . («пятые дробные» часа)
$16 \times 5 = 80 = 4 \times 19 + 4$ . . . («шестые дробные» часа)
$4 \times 5 = 20 = 1 \times 19 + 1$ . . . («седьмые дробные» часа).

На этом шаге Кирик останавливается, сказав: «Болеже сего не бывает, рекше не ражаются от седьмых дробных», т. е. седьмые дробные ничего больше не порождают.

Чем объяснить, что Кирик остановился на седьмых дробных? Очевидно не потому, что далее на самом деле делить нельзя или он этого сделать не мог. Дело, на наш взгляд, заключается в следующем: от седьмых дробных «не ражается» потому, что во-первых, восьмых дробных в частном действительно получается 0 ($1 \times 5 = 5 = 0 \times 19 + 5$), а во-вторых, начиная с девятых дробных, остатки повторяются, ибо 25 девятых дробных дают при делении на 19 в остатке 6 ($5 \times 5 = 25 = 1 \times 19 + 6$), десятые дробные: 11 ($6 \times 5 = 30 = 1 \times 19 + 11$) и т. д. Точно так же периодически будут повторяться последовательности частных, а именно:

1, 2, 4, 2, 1, 4, 1, 0, 1;
1, 2, 4, 2, 1, 4, 1, 0, 1;

и т. д.

Таким образом, седьмые дробные являются как бы естественным порогом, за пределами которого через два шага картина циклически повторяется. Седьмые дробные при делении на 19 дают наименьший из возможных остатков — единицу; ими как бы завершается первый круг, первый период (на самом деле получается периодическая пятеричная дробь, период которой содержит 9 разрядов). Теперь Кирик может выразить солнечный год с какой угодно наперед заданной степенью точности, выраженной в его дробных, т. е. до любого знака пятеричной дроби. Если обозначим солнечный год через C, то он будет равен:

$$C = 365 \text{ дней } 6, (1\ 2\ 4\ 2\ 1\ 4\ 1\ 0\ 1) \text{ часов.}$$

Надо сказать, что такой способ последовательного деления часа является не только оригинальным и остроумным, но, на наш взгляд, и наиболее удачным. Если дробить час на 60 и целые степени 60 или на 10 и целые степени 10-ти, т. е. выразить в шестидесятеричных или в десятеричных дробях, то период получается вдвое длиннее, а единица получается в остатке не на седьмом шаге, а на десятом в первом случае и на четырнадцатом — во втором.

Как нетрудно показать, пятеричные дроби имеют в этом смысле преимущество перед дробями любого другого основания. Степень точности в данном случае достаточно высокая.

В этом способе деления часа можно видеть следы счета пятерками, т. е. пятеричной системы счисления. Такой счет имел когда-то, очевидно, широкое распространение, об этом говорят многие исторические памятники и документы. В частности, следы пятеричной системы ясно выступают в одном из видов древнерусского инструментального счета — в счете костьми.